解答速報

医歯専門予備校 メルリックス学院 MELURIX × 医学部受験予備校 医特

順天堂大学 一般選抜 数学

$\boxed{1}$

(1)

[ア] 6　　[イウ] 16　　[エオ] 10

(2)

[アイ] $\frac{1}{3}$　　[ウエ] $\frac{2}{3}$　　[オカ] $\frac{2}{3}$　　[キ] 9　　[クケ] 12　　[コ] 3　　[サシス] $3\sqrt{11}$

(3)

[アイ] -1　　[ウ] 4　　[エオカ] 256　　[キクケコ] -768　　[サシス] $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

[セソタチツ] $\sqrt{5}+\sqrt{22+2\sqrt{5}}$

(4)

[ア] C　　[イ] B　　[ウ] C　　[エ] A

$\boxed{2}$

[アイウ] 2、1、4　　[エ〜サ] $a=-\frac{1}{2}$、$b=\frac{3}{2}$、$c=9$、$d=-4$

[シ〜ト] $a=3$、$b=-18$、$c=33$、$d=-12$　　[ナ〜ホ] $a=-\frac{1}{8}$、$b=\frac{3}{8}$、$c=\frac{45}{8}$、$d=\frac{1}{8}$

$\boxed{3}$

(1) $I_0=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan x\,dx=\Big[-\log|\cos x|\Big]_0^{\frac{\pi}{4}}=\dfrac{1}{2}\log 2$

(2) $I_{n+1}=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^{2n+1}x\cdot\tan^2 x\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^{2n+1}x\cdot\left(\dfrac{1}{\cos^2 x}-1\right)dx$

$=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^{2n+1}x\cdot\dfrac{1}{\cos^2 x}dx-I_n=\left[\dfrac{1}{2n+2}\tan^{2n+2}x\right]_0^{\frac{\pi}{4}}-I_n$

$=\dfrac{1}{2n+2}-I_n\quad\cdots①$

題意を満たすとき「Aは成立」という。

$n=1$のとき, (右辺)$=(-1)\left(I_0+\dfrac{-1}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}\log 2+\dfrac{1}{2}$

(左辺)$=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^3 x\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan x\cdot\tan^2 x\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan x\cdot\left(\dfrac{1}{\cos^2 x}-1\right)dx$

$=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan x\dfrac{1}{\cos^2 x}dx-I_0=\left[\dfrac{1}{2}\tan^2 x\right]_0^{\frac{\pi}{4}}-I_0=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}\log 2$

よって,Aは成立

$n=k$のときAは成立と仮定すると,

①より$n=k+1$で$I_{k+1}=\dfrac{1}{2n+2}-I_k=\dfrac{1}{2n+2}-(-1)^k\left(I_0+\sum_{m=1}^{k}\dfrac{(-1)^m}{2m}\right)$

$=(-1)^{k+1}\left(I_0+\sum_{m=1}^{k+1}\dfrac{(-1)^m}{2m}\right)$

よりAは成立。よって, 数学的帰納法より題意は示された。

(3) $0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{4}$で$0\leqq\tan x\leqq\dfrac{4}{\pi}x$より

$\int_0^{\frac{\pi}{4}}0\,dx\leqq I_n\leqq\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\dfrac{4x}{\pi}\right)^{2n+1}dx$

つまり, $0\leqq I_n\leqq\left(\dfrac{4}{\pi}\right)^{2n+1}\left[\dfrac{x^{2n+2}}{2n+2}\right]_0^{\frac{\pi}{4}}=\dfrac{\pi}{4(2n+2)}$

$n\to\infty$とすると, はさみうちの原理より$\lim_{n\to\infty}I_n=0$

(2)より$I_n=(-1)^n\left(I_0+\sum_{m=1}^{n}\dfrac{(-1)^m}{2m}\right)=(-1)^nI_0+(-1)^n\sum_{m=1}^{n}\dfrac{(-1)^m}{2m}$

$n\to\infty$のとき$I_0=-\sum_{m=1}^{n}\dfrac{(-1)^m}{2m}$

よって, (1)より　$\log 2=-\sum_{m=1}^{n}\dfrac{(-1)^m}{m}$　題意は示された。

～講評～

大問１　⑵に戸惑った受験生もいただろうが、難易度的には取り切りたいところだろう。
昨年の近畿大学後期に⑶と同様の設定が出されていた。

大問２　計算は煩雑だが、基本的な接するための条件を理解していれば問題ないだろう。

大問３　tanの積分については、近年色々な医学部で出題されている。tan3乗の積分計算を練習していれば特に詰まることはないだろう。

難易度としては易化。迷うことなく正確に解き切る力が問われた。ボーダーは7割5分程度と見込まれる。